

Approfondimenti

Rinaldo Rui

ultima revisione:
15 luglio 2024

3 Secondo Principio della Termodinamica

3.2 Lezione #10

3.2.3 Climatizzatori

Una casa può essere riscaldata o raffreddata utilizzando un climatizzatore che è sostanzialmente un oggetto che funziona come condizionatore d'estate e come pompa di calore d'inverno.

Partiamo dalla Legge di Fourier che ci permette di calcolare la quantità di calore che nell'intervallo di tempo Δt attraversa una parete

$$Q = K \frac{S}{D} (T_e - T_i) \Delta t$$

con K la conducibilità termica [$\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$], S la superficie [m^2], D lo spessore [m], T_e e T_i le temperature esterna ed interna [K] e Δt l'intervallo di tempo [s]. Il calore Q è positivo quando entra nella casa (d'estate) e negativo quando esce dalla casa (d'inverno) [fig. 1].

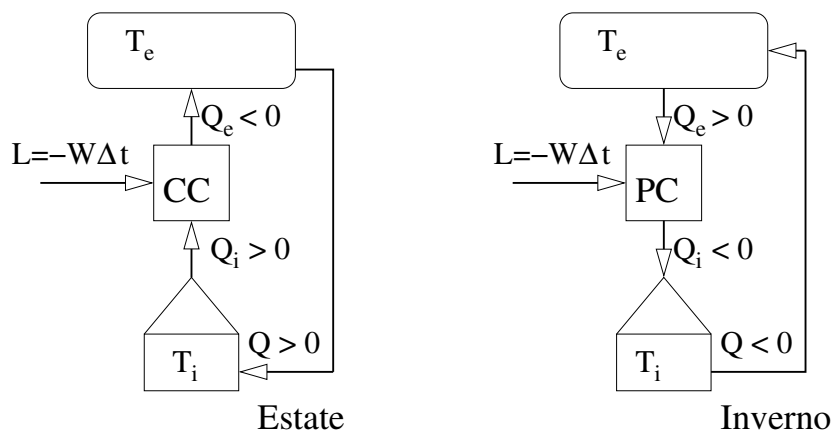


Figura 1: CC: Condizionatore; PC: Pompa di Calore

A regime, possiamo determinare la quantità di potenza elettrica (Energia per intervallo di tempo) assorbita dal climatizzatore per mantenere costante la temperatura della casa, condizione che si ottiene quando il calore che

passa attraverso la parete viene compensato da quello scambiato con il climatizzatore. In queste condizioni anche la casa può essere considerata un serbatoio in quanto la sua temperatura si mantiene costante mentre scambia calore (è come se avesse capacità termica infinita). Il funzionamento del climatizzatore come Condizionatore (CC) o come Pompa di Calore (PC) dipende dalla relazione esistente tra la temperatura esterna ed interna. In ogni caso, il climatizzatore opera tra due serbatoi e se facciamo l'ipotesi che sia una macchina reversibile, il suo coefficiente di prestazione sarà il massimo possibile e, per il Teorema di Carnot, equivalente a quello di un frigorifero di Carnot che operi tra gli stessi due serbatoi. Pertanto, detti Q_i e Q_e i calori scambiati dalla macchina rispettivamente con la casa e l'ambiente esterno, è per convenzione $Q = Q_i$. Infatti, se la casa assorbe calore attraverso le pareti ($Q > 0$) il climatizzatore assorbirà l'equivalente quantità di calore dalla casa ($Q_i > 0$) e viceversa, mentre Q_e ha sempre segno opposto a Q_i .

Ricordiamoci due relazioni importanti che utilizzeremo in seguito. Durante un ciclo, in base al I Principio della Termodinamica, risulta sempre

$$Q_i + Q_e = L$$

ed in base al teorema di Carnot

$$\frac{Q_i}{T_i} + \frac{Q_e}{T_e} = 0$$

Vediamo ora i due casi concreti. In estate il climatizzatore funziona come Condizionatore; il coefficiente di prestazione è dato dal rapporto tra la quantità di calore che si riesce ad estrarre dalla casa diviso per il lavoro necessario per farlo:

$$\omega_{CC} = \frac{Q_i}{-L} = \frac{Q}{W\Delta t} = \frac{K}{W\Delta t} \frac{S}{D} (T_e - T_i)\Delta t = \frac{T_i}{T_e - T_i}$$

dove è stato utilizzato il Teorema di Carnot, e definito $L = -W\Delta t$ che rappresenta il lavoro fatto sulla macchina (che per definizione è negativo) con W la potenza assorbita dal climatizzatore attraverso la rete elettrica. Si può quindi ricavare facilmente W

$$W = K \frac{S}{D} \frac{(T_e - T_i)^2}{T_i} \quad (1)$$

D'inverno il climatizzatore lavora come Pompa di Calore ed il coefficiente di prestazione diventa il rapporto tra la quantità di calore che si riesce ad immettere nella casa diviso per il lavoro necessario per farlo:

$$\omega_{PC} = \frac{-Q_i}{-L} = \frac{-Q}{W\Delta t} = -\frac{K}{W\Delta t} \frac{S}{D} (T_e - T_i)\Delta t = \frac{T_i}{T_i - T_e}$$

e riarrangiando i termini si ottiene per W l'espressione

$$W = K \frac{S}{D} \frac{(T_e - T_i)^2}{T_i} \quad (2)$$

Le equazioni (1) e (2) sono identiche, e l'unica differenza è che la prima è stata ricavata per $T_e > T_i$ e la seconda per $T_e < T_i$. Si può a questo punto vedere come, dopo aver definito le caratteristiche dell'edificio, sia possibile calcolare l'intervallo di funzionamento di un climatizzatore conoscendo la potenza elettrica massima assorbita.

Nell'esempio di fig.2, è stato fatto il calcolo per una superficie di 400 m^2 (un cubo di circa 60 m^2), di spessore 40 cm , con un coefficiente di conducibilità termica "tipo cemento e/o vetro". Il calcolo è puramente indicativo e l'intenzione è quella di far vedere la dipendenza dal quadrato della differenza di temperatura tra esterno ed interno. Per il calcolo corretto della potenza necessaria a mantenere la temperatura desiderata, vanno considerati altri parametri, quali l'esposizione diretta al sole (la temperatura della parete è ovviamente maggiore di quella dell'aria all'esterno), il numero di finestre esposte a sud (permettono al calore di entrare anche per irraggiamento), così come il calore originato internamente alla casa (persone, lampade accese, frigorifero!).

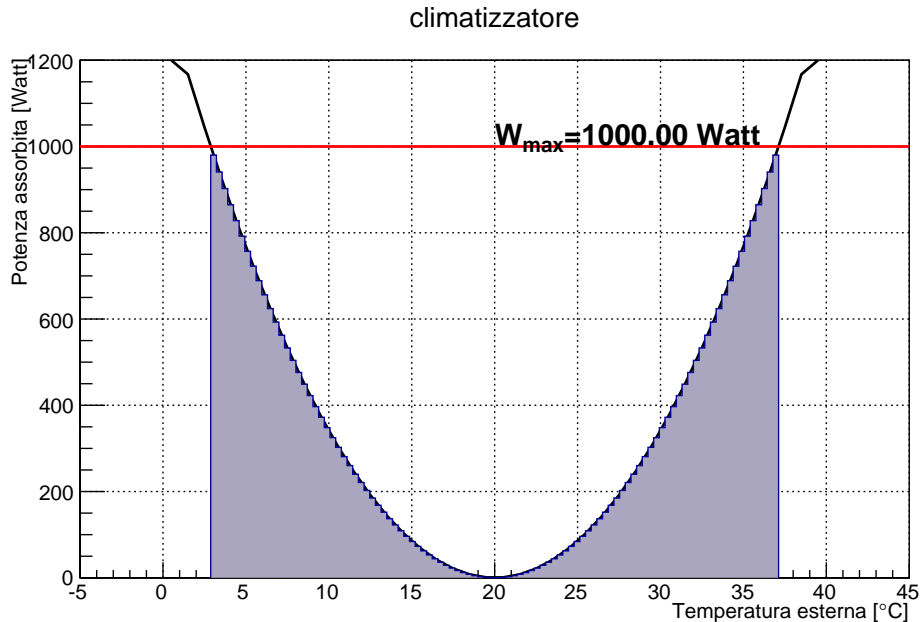


Figura 2: Curva di funzionamento di un climatizzatore di Carnot: $T_i = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, $S = 400 \text{ m}^2$, $D = 0.4 \text{ m}$, $K = 1 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$

Relazione tra ω_{CC} ed ω_{PC}

Per trovare la relazione tra ω_{PC} ed ω_{CC} dobbiamo tenere presente che nel primo caso $T_i = T_L$ rappresenta la temperatura più bassa, mentre nel secondo caso $T_i = T_H$ rappresenta la temperatura più alta e quindi, sostituendo

$$\omega_{CC} = \frac{T_L}{T_H - T_L} \quad , \quad \omega_{PC} = \frac{T_H}{T_H - T_L}$$

da cui si ricava

$$\omega_{PC} - \omega_{CC} = \frac{T_H}{T_H - T_L} - \frac{T_L}{T_H - T_L} = 1$$